



Un circuito lógico basado en caos

E. Campos Cantón^{§†}, R. Femat[†], I. Campos Cantón[‡] y J. A. Morales Saldaña*

[§]Departamento de Físico Matemáticas

[‡]Facultad de Ciencias

*Facultad de Ingeniería

Universidad Autónoma de San Luis Potosí,
Zona Universitaria, S.L.P. 78290, México.

[†]Departamento de Matemáticas Aplicadas

Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.(IPICYT),
Camino a la presa San José 2055, col. Lomas 4 sección, S.L.P. 78216, México

email: ecamp@uaslp.mx, rfemat@ipicyt.mx, icampos@ciencias.uaslp.mx, jmorales@uaslp.mx

Resumen—Uno de los usos de los flip-flops es el de generar registros secuenciadores para poder arrancar (o apagar) dos o más motores mediante códigos específicos dados. En este trabajo se presenta un dispositivo flip-flop basado en el oscilador caótico de Chua. Los parámetros del oscilador caótico de Chua son ajustados de tal forma que el sistema presente biestabilidad; lo cual permite una representación de dos estados lógicos. Por medio de controlar la corriente en un nodo del circuito de Chua es posible inducir las oscilaciones en una de las dos cuencas de atracción, y con ello controlar los dos estados lógicos. También se presenta el diseño de un circuito de entrada para suministrar la corriente al nodo donde está conectada la resistencia negativa no lineal del circuito, y un circuito de salida formado por un filtro pasabajas y un circuito comparador.

Palabras clave: Comportamiento caótico, sistemas lógicos binarios, flip-flops, análisis de multiestabilidad, sistemas lineales por partes.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio, análisis y aplicaciones de sistemas con comportamiento caótico han llamado la atención de muchos investigadores de diferentes áreas, debido a que los fenómenos de la naturaleza son inherentemente no lineales. El modelo matemático de Eduard N. Lorenz en los años 60's (Lorenz, 1963) es la representación de un sistema dinámico autónomo, que en principio fue propuesto para comprender fenómenos meteorológicos; donde encontró que las soluciones generadas nunca se repiten y que las condiciones iniciales pueden hacer variar completamente los valores generados (de ahí que la predicción del tiempo sea complicada). El modelo presentado por Otto E. RöSSLer en el decenio de 1970 (Rössler, 1976), que no difiere mucho del de Lorenz, es mucho más sencillo, debido a que sólo tiene un término no lineal formado por la multiplicación de dos de sus estados. Por otro lado, están los sistemas lineales por parte, como el sistema de Leon O. Chua propuesto en la década de 1980 (Matsumoto, 1984), capaz de oscilar

caóticamente. El sistema de Chua representa el comportamiento de un circuito eléctrico formado por un inductor, dos condensadores unidos mediante una resistencia variable y el diodo de Chua. Este circuito eléctrico es capaz de generar atractores caóticos de uno o dos enroscados. Han surgido otros osciladores caóticos y pueden ser consultados en (Chen y Ueta, 1999).

En las últimas dos décadas se ha incrementado el interés por proponer aplicaciones de sistemas con dinámica no lineal, oscilando caóticamente (Gámez *et al.*, 2008), (Kocarev, 2001), (Li *et al.*, 2005). Por ejemplo, la cita del artículo (Cruz-Hernández *et al.*, 2005) presentan un estudio experimental de la realización práctica para transmitir señales binarias privadas usando caos y en (López-Gutiérrez *et al.*, 2009) presentan un sistema de comunicación usando lasers y basado en caos. En (Dachselt y Schwarz, 2001) reportan sus resultados obtenidos en 10 años de investigación sobre la conjetura del caos y criptografía. En la cita del artículo (Sinha y Ditto, 1998) propusieron el uso de un mapeo caótico para emular compuertas lógicas, codificar números y desarrollar operaciones aritméticas como la suma y la multiplicación. Estos resultados sirvieron de base en la línea de investigación conocida como cómputo caótico.

Dentro del cómputo caótico se está buscando contar con arquitecturas dinámicas para reemplazar las arquitecturas estáticas con que contamos hoy en día (Campos-Cantón *et al.*, 2010). Investigaciones recientes han sido en el desarrollo de multivibradores basados en caos y tratando de responder a preguntas como la siguiente, ¿Es posible construir un dispositivo con una arquitectura dinámica capaz de producir las configuraciones de un multivibrador astable, monoestable y biestable? Al parecer la respuesta es sí, debido a los diferentes comportamientos que puede presentar un sistema caótico al variar un parámetro de bifurcación del mismo.

En este trabajo se presenta un dispositivo flip-flop usando un multivibrador biestable basado en el circuito de Chua. Los parámetros del circuito de Chua son ajustados tal que el sistema se encuentre en una región de biestabilidad, lo que se busca es la coexistencia de dos atractores para un conjunto dado de parámetros. Estos dos atractores nos permiten la generación de estados binarios para construir al multivibrador biestable.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera. En la Sección II, se describe la dinámica del circuito de Chua. En la Sección III, se presenta al flip-flop basado en el circuito de Chua. Por último, en la Sección IV, están las conclusiones.

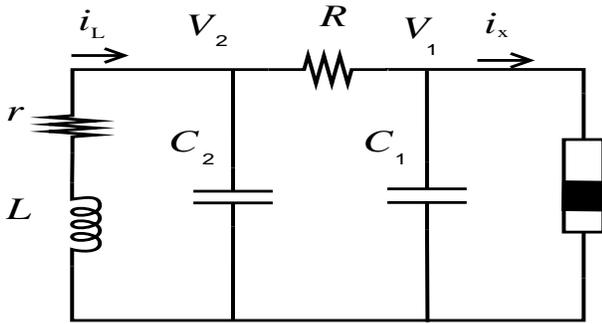


Figura 1. Circuito de Chua.

II. CIRCUITO DE CHUA

Consideremos al circuito de Chua mostrado en la Figura 1. La dinámica del circuito es descrita por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales (Chua *et al.*, 1992):

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dV_1}{dt} &= \frac{V_2 - V_1}{R} - g(V_1) \\ C_2 \frac{dV_2}{dt} &= \frac{V_1 - V_2}{R} + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -V_2 - i_L r \end{aligned} \quad (1)$$

donde las variables V_1 y V_2 son los voltajes presentes en los dos capacitores C_1 y C_2 y i_L es la corriente que pasa a través del inductor L , y que tiene una resistencia interna r . R es la resistencia que acopla a C_1 y C_2 . Tenemos que todo el circuito se mantiene activo por medio de un elemento no lineal conocido como diodo de Chua, donde este elemento es manejado por medio del voltaje V_1 presente en el capacitor C_1 , ver Figura 2. Este elemento es caracterizado por su curva de conductancia negativa, para mas detalles ver (Madan, 1993), y es definido por

$$g(V) = \left\{ G_b V + \frac{1}{2} (G_a - G_b) [|V + B_p| - |V - B_p|] \right\} \quad (2)$$

donde $-B_p$ y B_p son los voltajes correspondientes a los dos puntos de ruptura de los diodos, G_a es la conductancia para $|V| < B_p$, mientras que G_b es la conductancia para $|V| > B_p$.

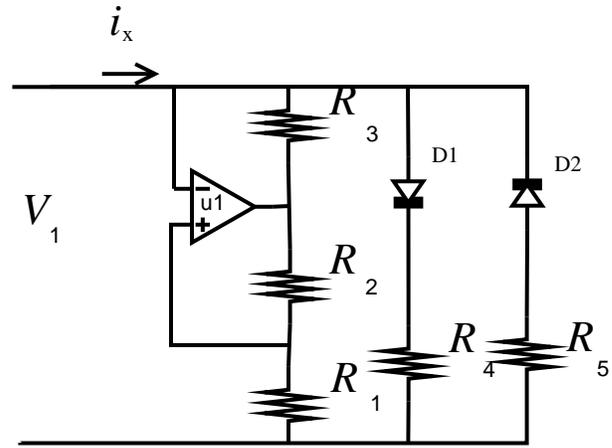


Figura 2. Resistencia negativa del circuito de Chua.

La mayoría de los estudios analítico del circuito de Chua son llevados a cabo por medio de contemplar un modelo adimensional de las ecuaciones diferenciales dadas por (1), el cual está dado por un reajuste de los parámetros del sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \alpha(x_2 - x_1 - f(x_1)) \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\beta x_2 + \gamma x_3 \end{aligned} \quad (3)$$

donde $f(x_1)$ es conocido como diodo de Chua (resistencia negativa no lineal), la cual es descrita como sigue

$$f(x_1) = \begin{cases} b_1 x_1 - c_1, & \text{si } x_1 > 1; \\ a x_1, & \text{si } |x_1| < 1; \\ b_2 x_1 - c_2, & \text{si } x_1 < -1. \end{cases} \quad (4)$$

con $c_i = b_i - a$, $i = 1, 2$. La relación entre las componentes electrónicas del circuito de la Figura 1 y los parámetros de las ecuaciones (3) y (4) son los siguientes:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{C_2}{C_1}, & \beta &= \frac{C_2 R^2}{L}, & \gamma &= \frac{C_2 R r}{L}, \\ a &= -\frac{R R_2}{R_1 R_3}, & b_i &= -\frac{R R_2}{R_1 R_3} + \frac{R}{R_j} \end{aligned}$$

donde el par de índices (i, j) son $(1, 4)$ o $(2, 5)$, exclusivamente. La Figura 3(a) muestra al atractor caótico de doble enroscado generado con el circuito de Chua y considerando los siguientes valores en las componentes: $C_1 = 100$ nF, $C_2 = 1$ μ F, $L = 67,1$ mH, $r = 2,57$ Ω , $R_2 = R_3 = 220$ Ω . Los resistores R , R_1 , R_4 y R_5 son potenciómetros de 5 k Ω , ajustados a los siguientes valores: $R = 1003\Omega$, $R_1 = 790\Omega$ y $R_4 = R_5 = 1700\Omega$.

El comportamiento dinámico del sistema dado por (3) es determinado por la disipatividad del sistema, la localización de sus puntos de equilibrio, las propiedades de estabilidad de sus subsistemas lineales, y la secuencia de conmutación de un subsistema a otro.

La disipatividad de un sistema es determinada de la evolución de una medida de volumen, U , a través del flujo del sistema, el cual es dado por:

$$\Delta U = \frac{\partial x_1}{\partial x_1} + \frac{\partial x_2}{\partial x_2} + \frac{\partial x_3}{\partial x_3} \quad (5)$$

El espacio de estados de (3) es dividido en tres secciones: $S1$ para $x_1 > 1$, $S2$ para el intervalo $x_1 \in [-1, 1]$, y $S3$ para $x_1 < -1$. Para el sistema de Chua tenemos que $\Delta U_1 = -4,2385$ para la región $S1$, $\Delta U_2 = 1,6615$ para la región $S2$ y $\Delta U_3 = -4,2385$ para la región $S3$, entonces para todo el sistema tenemos $\Delta U = -6,8155 < 0$. El circuito de Chua tiene tres puntos de equilibrio, en la solución trivial se encuentra uno, denotémoslo por χ_2 , y dos en donde se producen los enroscados, χ_1 y χ_3 . Así, los puntos de equilibrio asociados con cada subsistema lineal son χ_1 para $S1$, χ_2 para $S2$ y χ_3 para $S3$, con los siguientes valores propios $(-4,6488; 0,2051 + 3,1980i; 0,2051 - 3,1980i)$, $(3,8484; -1,0935 + 3,0749i; -1,0935 - 3,0749i)$ y $(-4,6488; 0,2051 + 3,1980i; 0,2051 - 3,1980i)$, respectivamente.

Los potenciómetros R_1 , R_4 y R_5 mostrados en la Figura 2 controlan la estabilidad del circuito de Chua. Entonces ajustando estos potenciómetros a nuevos valores para que el circuito de Chua pueda presentar biestabilidad. Tenemos que los nuevos valores de $R_1 = 884$ Ω , $R_4 = 4,062$ k Ω y $R_5 = 4,062$ k Ω permiten la coexistencia de dos atractores como se ilustra en la Figura 3(b) y 3(c), donde las oscilaciones en cada atractor dependen de las condiciones iniciales.

Las oscilaciones alrededor de los puntos de equilibrio χ_1 y χ_3 son aquellas que se muestran en la Figura 3(b) y 3(c), respectivamente. El controlar la estabilidad del circuito de Chua por medio de las resistencias R_1 , R_4 y R_5 nos permite generar oscilaciones alrededor de χ_1 únicamente, como se muestra en la Figura 3(d). Debido a las condiciones iniciales dadas en el circuito, este empieza oscilando alrededor de χ_3 , pero después del estado transitorio queda oscilando alrededor de χ_1 . Los valores de los potenciómetros para este caso de monoestabilidad son los siguientes $R_1 = 884$ Ω , $R_4 = 4,062$ k Ω y $R_5 = 3,515$ k Ω

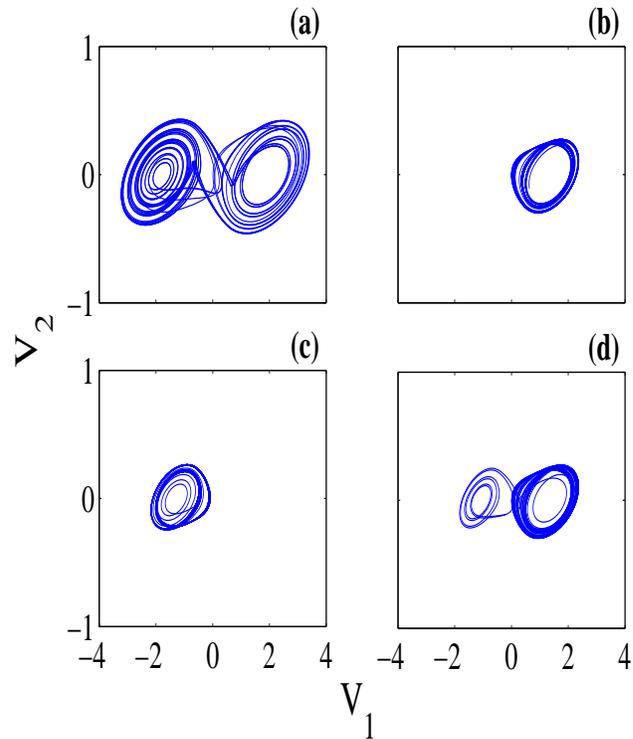


Figura 3. Atractor caótico de Chua proyectado sobre el plano (V_1, V_2) .

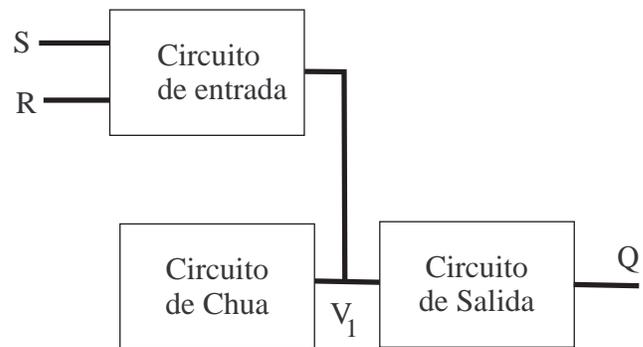


Figura 4. Diagrama a bloques del flip-flop basado en caos.

La Figura 4 muestra un diagrama a bloques del dispositivo Flip-Flop basado en el circuito de Chua, el cual consiste de tres bloques, el primero sirve para las entradas de control donde se han etiquetado como S y R, por la analogía con los flip-flops S-R. El segundo bloque está formado por el circuito de Chua en modo biestable, y el último bloque es un circuito de salida formado por un filtro pasabajas y un comparador. La figura 5 muestra al circuito de entrada de control, donde todos los resistores son iguales a 1 k Ω , exceptuado a R_{14} igual a 100 k Ω .

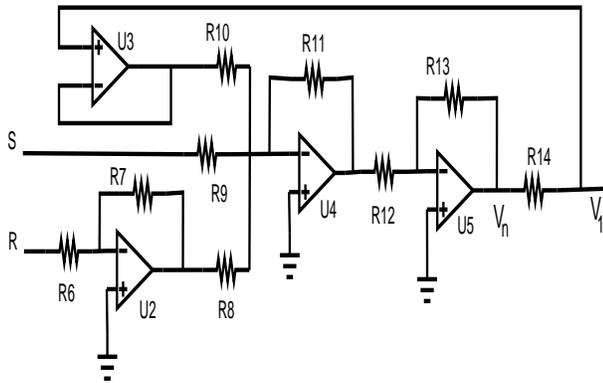


Figura 5. Circuito de entrada conectado al circuito de Chua.

El circuito mostrado en la Figura 5 no afecta la dinámica del circuito de Chua para cuando los voltajes presentes en S y R son iguales. Dese cuenta que el voltaje etiquetado como V_n en la Figura 5 es dado por $V_n = V_1 + S - R$. Así, la corriente en el resistor R_{14} es igual a cero cuando $S = R$.

Debido a que los flip-flops trabajan con señales binarias, tenemos que los voltajes S y R son restringidos a dos niveles de voltaje (bajo y alto), con esto tenemos que cuando S esta en alto y R en bajo se inducen oscilaciones alrededor de χ_1 . Por otro lado, cuando S esta en bajo y R en alto, las oscilaciones se producen alrededor de χ_3 . Ahora, la salida de la señal Q mostrada en la Figura 4 es obtenida por medio del voltaje V_1 , mediante la siguiente regla de asignación. Si el voltaje de V_1 es mayor que cero se considerará un uno lógico, otro caso se considerará un cero lógico. La Figura 6 muestra un diagrama esquemático del circuito de salida.

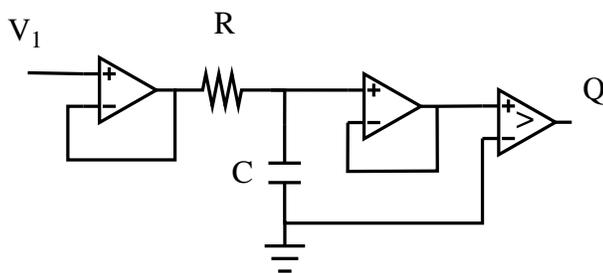


Figura 6. Circuito de salida conectado al circuito de Chua.

Como podemos ver en la Figura 6, el circuito de salida está formado por un filtro pasabaja RC, con el fin de suavizar la señal dada por el voltaje V_1 . De esta forma se evitan disparo en la vecindad del cero. En la salida del circuito hay un comparador para obtener una señal binaria (alto y bajo). La Figura 7 muestra las señales de entrada (S y R) y la señal de salida (Q).

De la Figura 7 podemos construir la tabla de verdad para la salida Q considerando las entradas S y R . Tenemos que si S y R tienen el mismo nivel, la señal Q se mantiene en

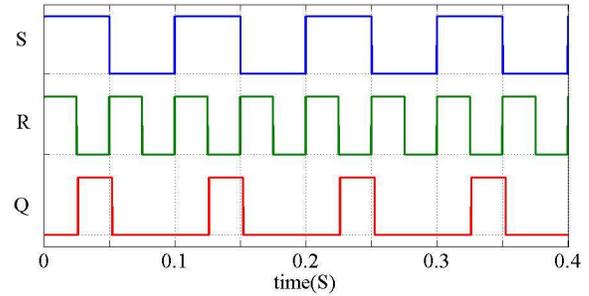


Figura 7. Señales S , R y Q del flip-flop dado por la figura 4.

su estado previo. Por otro lado, si S está en nivel alto y R en nivel bajo, entonces Q se va al nivel alto. Inversamente, si S está en nivel bajo y R en nivel alto, Q se va a nivel bajo. Con esto tenemos la siguiente tabla de verdad

TABLA I
TABLA DE VERDAD DE FLIP FLOP

S	R	Q_{n+1}
0	0	Q_n
0	1	0
1	0	1
1	1	Q_n

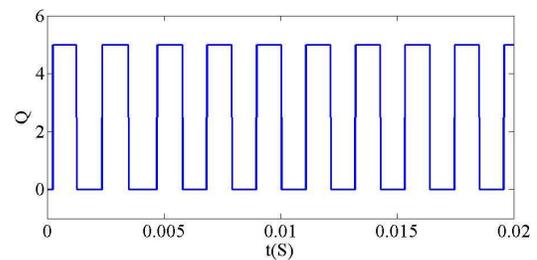


Figura 8. Pulsos regulares generados al oscilar en un ciclo limite.

III. CONCLUSIONES

Se presentó un flip-flop RS basado en el oscilador caótico de Chua. Por medio de controlar la estabilidad del sistema a través de las resistencias R_1 , R_4 y R_5 , es posible inducir biestabilidad en el comportamiento del circuito de Chua, inclusive monoestabilidad. Los circuitos de entrada y salida empleados para construir al dispositivo flip-flop basado en el oscilador de Chua, pueden ser empleados con otros sistemas lineales por partes que presenten biestabilidad y producir nuevos dispositivos flip-flops. El circuito propuesto puede ser construido a bajo costo y en laboratorios de estudiantes de licenciatura. Otras aplicaciones pueden ser realizadas usando el circuito de Chua para cuando oscila en un ciclo limite y el circuito de salida propuesto. En la figura 8 se muestra cómo es posible generar un tren de pulsos regular. Si el circuito de Chua oscila caóticamente es posible conseguir un tren de pulsos irregulares. Estas

aplicaciones son posible de realizar usando el oscilador de Chua y controlando su estabilidad.

El uso de flip-flops para generar registros es bien conocido en los cursos de lógica digital y diseño de computadores, y son los dispositivos básicos en el diseño de secuenciadores para poder arrancar (o apagar) dos o más motores mediante códigos específicos dados. Esta y otras tareas pueden ser realizadas utilizando los dispositivos flip-flops propuestos en este trabajo. El flip-flop propuesto no produce inestabilidad para cuando sus entradas son unos lógico, a diferencia de los flip-flop convencionales. Además de que pueden reconfigurarse para realizar una tarea distinta como generador de funciones. Por último, el circuito propuesto puede ser manufacturado en solamente un chip debido a que contiene únicamente dispositivos semiconductores y componentes pasivos.

IV. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo recibió apoyo parcial por parte de PROMEP-SEP mediante el convenio PROMEP/UASLP/10/CA23.

REFERENCIAS

- Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow, *Journal of the Atmospheric Sciences*, **20**, 130–141.
- Rössler, O. E. (1976). An equation for continuous chaos, *Physics Letters*, **57A**, 5, 397–398.
- Matsumoto, T. (1984). A Chaotic Attractor from Chua's Circuit. *IEEE Transactions on Circuits and Systems (IEEE) CAS-31*, **12**, 1055–1058.
- Chen, G. and Ueta, T.(1999). Yet another chaotic attractor. *Int. J. Bifurcation and chaos* **9**, 1465–1466.
- Gómez, G. L., Cruz Hernández, C., López Gutiérrez, R. M., y García, G. E. E. (2008). Synchronization of multi-scroll chaos generators: application to private communication. *Revista Mexicana de Física* **54**, (4), 299–305.
- Kocarev, L. (2001). Chaos-based cryptography: A brief overview, *IEEE Circuits Syst. Mag.*, **1**, 6–21.
- Li, S., Alvarez, G., and Chen, G. (2005). Breaking a chaos-based secure communication scheme designed by an improved modulation method. *Chaos, Solitons and Fractals*, **25**, 1, 109–120.
- Cruz Hernández, C., López Mancilla, D., García Gradilla, V., Serrano Guerrero, H., Nuñez-Pérez, R. (2005), Experimental realization of binary signals transmission using chaos. *Journal of circuit, systems and computers*, **14**, 3, 453–468.
- López-Gutiérrez, R.M., Posadas Castillo, C., López-Mancilla, D. y Cruz-Hernández, C. (2009). Communicating via robust synchronization of chaotic lasers. *Chaos, Solitons and Fractals* **42**, 277–285.
- Dachsel, F. and Schwarz, W. (2001), Chaos and cryptography, *IEEE Transactions on circuits and systems-I: Fundamental theory and applications*, **48**, 12, 1498–1509.
- Sinha, S., and Ditto, W. L. (1998), Dynamics based computation, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 10, 2156–2159.
- Campos Cantón, I., Campos Cantón, E., Pecina Sánchez, J. A. and Haret, H. C. (2010), A Simple Circuit with Dynamic Logic Architecture of Basic Logic Gates, *Int. Journal of bifurcation and Chaos*, **20**, 8, 1–5.
- Chua, L. O., Kocarev, L., Eckert K., and Itoh, M., (1992). Experimental chaos synchronization in Chua's circuit. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **2**, 705–708.
- Madan, R. N. (1993), Chua's Circuit: A Paradigm for Chaos, Singapore: World Scientific.